Астраханский государственный технический университет
Астраханский филиал Российского научного центра физического образования

И. В. Водолазская, Ю. Ю. Тарасевич

Физические основы механики

Астрахань, 1996

УДК 53

Водолазская И. В., Тарасевич Ю. Ю Физические основы механики. — Астрахань, АГТУ, 1996.

Рекомендовано в качестве методического пособия для инженерных специальностей (Протокол № 1 заседания кафедры физики от 11 октября 1996)

Рецензент: к. т. н., доц. Хабаров П. С. (АГПИ)

Настоящее методическое пособие составлено в соответствии со следующими документами:

Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Государственные требования к минимальному содержанию и уровню подготовки выпускников по специальности 220200 — Автоматизированные системы обработки информации и управления; Государственные требования к минимальному содержанию и уровню подготовки выпускников по специальности 210200 — Автоматизация технологических процессов и производств;

Примерная типовая программа дисциплины физика. Для направлений: 550000 — Технические науки, 540000 — профессиональное обучение. Одобрена Президиумом НМС по физике 29.11.94. Утверждена начальником Главного управления образовательно–профессиональных программ и технологий.

Пособие включает материал, предусмотренный минимумом содержания курса физики, однако отсутствующий или представленный недостаточно полно в общедоступных учебниках и учебных пособиях по физике для технических вузов.

Данный выпуск посвящен кинематике материальной точки, а так же основным задачам и проблемам курса физики, его связи с другими дисциплинами и роли в инженерном образовании.

© И. В. Водолазская, Ю. Ю. Тарасевич, 1996

Содержание

1. Введение **4**
1.1. Физика как наука 4
1.2. Наиболее общие понятия и теории 4
1.3. Физика как культура моделирования 6
1.4. Методы физического исследования 6
1.5. Математика и физика 7
1.6. Физика и естествознание 8
1.7. Философия и физика 8

2. Физические основы механики **11**
2.1. Введение 11
2.2. Кинематика 11
2.2.1 Основные понятия 11
2.2.2 Кинематические характеристики в полярных координатах 13
2.2.3 Естественный способ задания движения 17

1. Введение

1.1. Физика как наука

Слово *физика* происходит от греческого $\varphi\upsilon\sigma\iota\varsigma$, что означает природа. Как следует из названия, физика изучает простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи и законы ее движения. Объектом изучения физики являются свойства пространства и времени.

Нет другой науки, которая охватывала бы столь широкий диапазон явлений от микромира до Вселенной. Ниже мы приводим некоторый крайние величины, которые рассматривает физика наших дней.

	время	масса	размеры
минимальные	резонансы[1] — 10^{-24} с	электрон[2] — 10^{-31} кг	характерный ядерный размер — 10^{-15} м
максимальные	возраст Вселенной[3] — 10^{20} с; (время жизни протона $> 10^{31}$ с)[4]	галактика — 10^{30} кг	видимая часть Вселенной — 10^{26} м

1.2. Наиболее общие понятия и теории

Физика может быть разделена на несколько частей:

Классическая или ньютоновская физика.

Релятивистская физика или специальная (частная) *теория относительности*.

Квантовая физика.

Общая теория относительности или теория гравитации.

Классическая физика — это физика малых скоростей, больших расстояний и слабых гравитационных полей, то есть физика большинства повседневных явлений. Это — исторически первая часть физики, получившая

[1] Резонансами называют короткоживущие возбужденные состояния элементарных частиц.

[2] Самая легкая из стабильных элементарных частиц.

[3] Имеется в виду время, прошедшее с так называемого «Большого взрыва».

[4] В настоящее время полагают, что протон нестабилен. В таблице приведена оценка времени его жизни.

наибольшее развитие в трудах Исаака Ньютона. Критерии применимости классической механики:

1. $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ — скорости тел много меньше скорости света в вакууме;
2. $\frac{\varphi}{c^2} \ll 1$ — гравитационный потенциал мал;
3. $\Delta v \cdot \Delta r \gg h$, где Δv — неопределенность в определении скорости, Δr — неопределенность в определении координаты, h — постоянная Планка.

Если нарушается условие a), то необходимо применять релятивистскую физику.

Если условия a) и b), то следует применять общую теорию относительности.

Если нарушается условие c), то явление следует описывать с позиций квантовой физики.

Если нарушаются условия a) и c), то изучать явление необходимо в рамках релятивистской квантовой теории.

Если нарушаются все три условия, то явление может быть описано в рамках релятивистской квантовой теории тяготения.

По характеру рассматриваемого круга явлений выделяют следующие разделы физики:

- механика;
- электродинамика;
- физика колебаний и волн;
- физика квантовых явлений;
- статистическая физика и термодинамика.

Следует понимать, что эта классификация достаточна условна и отражает более структуру учебного курса физики, чем реальную ситуацию в науке.

Физика является фундаментом для изучения общетехнических и специальных дисциплин. Общие физические законы, принципы и методы являются основой этих курсов. Следующая таблица показывает примерную взаимосвязь между разделами физики и прикладными науками, которые занимаются применением достижений физики на практике.

механика	техническая и прикладная механика, сопротивление материалов, гидравлика
электродинамика	электротехника, радиоэлектроника
физика колебаний и волн	радиофизика, прикладная оптика, виброзащита
физика квантовых явлений	радиоэлектроника
статистическая физика и термодинамика	теплотехника

1.3. Физика как культура моделирования

В физике имеют дело с физическими моделями, когда реальные тела и связи между ними заменяются абстракциями или физическими моделями. Многообразие и сложность взаимодействий в любом даже обыденном явлении делает особенно важным создание адекватных моделей. С одной стороны, необходимо, чтобы модель была максимально простой, наглядной, легко анализируемой, с другой стороны, она должна описывать явление с заданной степенью точности. Уровень сложности модели определяется характером поставленной задачи. Например, было бы очевидно нелепым применять теорию относительности при рассмотрении движения автомобиля: релятивистские поправки окажутся меньше необходимой точности измерения, а вычисления станут неоправданно громоздкими. Обычно сначала изучаются простейшие модели, затем модели усложняются так, чтобы они более подходили к реальной ситуации. Скажем, изучаются колебания маятника. Первая модель: тело имеет очень маленькие размеры, нить нерастяжима, считаем, что сила, действующая со стороны Земли, постоянная, сопротивлением воздуха пренебрегаем. Если мы хотим более точно описать движение маятника, мы должны будем менять модель, все более ее усложняя и учитывая эффекты следующего порядка малости.

1.4. Методы физического исследования

Физика — экспериментальная наука. Ее выводы и законы базируются на результатах опытов. Основной метод физики — экспериментальное исследование. *Эксперимент* — это исследование явления в строго контролируемых условиях. На основании опытных данных выдвигается *гипотеза* — предположение о возможном характере связей в рассматриваемом явлении.

Гипотеза, успешно прошедшая экспериментальную проверку и вошедшая в систему знаний, называется *теория*.

Весьма образно создание новой физической теории описано в книге Эйнштейн А., Инфельд Л. Эволюция физики. — М.: Наука, 1965.

«Для сравнения мы могли бы сказать, что создание новой теории непохоже на разрушение старого амбара и возведение на его месте небоскреба. Оно скорее похоже на восхождение на гору, которое открывает новые и широкие виды, показывающие неожиданные связи между нашей отправной точкой и ее богатым окружением. Но точка, от которой мы отправлялись, еще существует и может быть видна, хотя она кажется меньше и составляет крохотную часть открывшегося нашему взору обширного ландшафта. Этого положения, с которого открываются такие широкие перспективы, мы достигли в результате отважного преодоления препятствий на нашем пути вверх.»

Один из крупнейших физиков XX века Нильс Бор, посвятивший много времени осмыслению философских проблем квантовой механики и теории познания, сформулировал *принцип соответствия*, согласно которому любая новая более общая теория должна включать в себя в качестве предельных случаев, прошедшие экспериментальную проверку частные теории. Например, релятивистская механика переходит в классическую механику в случае малых скоростей. Вторым важным методологическим принципом, сформулированным Бором, является *принцип дополнительности* — необходимость использования для адекватного описания явления дополнительных и взаимоисключающих способов описания (например, одновременное описание квантового объекта как волны и как частицы). Наглядным примером может служить знаменитый японский сад камней, в котором с любой точки наблюдатель видит только 14 камней из 15. Точно так же и в физике, любая точка зрения отражает лишь часть всего многообразия рассматриваемого явления, и только использование различных способов описания может дать полное представление об объекте.

1.5. Математика и физика

Инструментом физики является математика. Физика — точная наука, ее законы могут быть выражены с использованием математического формализма, выводы носят количественный характер. Многие разделы математики, например, методы решения уравнений в частных производных, возникли из решения физических задач. Обширный раздел математики — методы математической физики занимает место на стыке двух наук.

Но хотя без математики физика немыслима, все же математика играет

вспомогательную роль. За математическим аппаратом, порой весьма сложным, всегда нужно видеть исходные физические идеи и закономерности. По Эйнштейну, в физике имеется лишь несколько принципиальных идей, и они могут быть выражены словами. — Ни один ученый не мыслит формулами, — говорил он часто.

В последние годы особенное развитие получила вычислительная физика — раздел физики, в котором место экспериментальной установки заменила математическая модель, а опыт — моделирование явления на компьютере. Методы вычислительной физики особенно актуальны тогда, когда проведение натурного эксперимента сопряжено с большими материальными затратами или риском, например, исследование процессов при ядерном взрыве.

Таким образом, можно разделить физику на *экспериментальную, теоретическую* и *вычислительную* в соответствии с основными методами исследования, а также на *фундаментальную*, которая занимается исследованием окружающего нас мира и выявлением законов природы, и *прикладную*, которая занимается разработкой способов использования открытых закономерностей.

1.6. Физика и естествознание

Физика теснейшим образом переплетается с другими науками о природе. Зачастую невозможно провести четкую границу между физикой и математикой, физикой и химией и т. д. В последние годы особенно бурно развиваются пограничные науки, возникшие на стыке двух дисциплин: биофизика, химическая физика, геофизика, астрофизика. Взаимосвязь между физикой и другими естественными науками можно увидеть на рис. 1.

1.7. Философия и физика

Современная физика затрагивает настолько глобальные проблемы устройства нашего мира, что это вновь сблизило ее с философией. В древнем мире науки не были дифференцированы, познанием мира — материального и духовного — занималась философия, и в частности, — натуральная философия — наука о природе. Развитие представлений о мире привело к обособлению и узкой специализации ученых, разделению философии. XX век поставил перед наукой проблемы, которые оказалось по силам решить только совместными усилиями философов и естественников. Многие выдающиеся физики (А. Эйнштейн, Н. Бор, В. Гейзенберг, Л. де Бройль и др.) принимали активное участие в разработке философских оснований со-

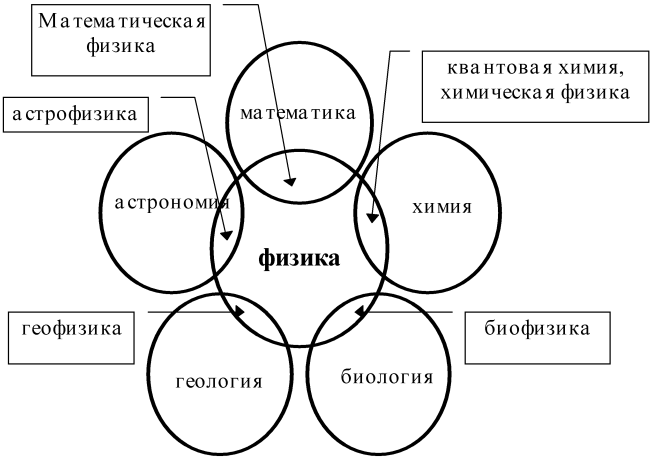

Рис. 1.

временной физики. Вот что пишет по этому поводу один из крупнейших физиков нашего века Макс Борн:

«Что же касается философии, то любой современный ученый–естественник, особенно каждый физик–теоретик, глубоко убежден, что его работа теснейшим образом переплетается с философией и что без серьезного знания философской литературы его работа будет впустую. Этой идеей я руководствовался сам, стараясь вдохнуть ее и в своих учеников, чтобы сделать их не какими–то приверженцами традиционной философской школы, а специалистами, способными критически анализировать уже известные понятия и системы, найти их пороки и преодолеть их с помощью новых концепций, как учил нас Эйнштейн»[5].

Весьма примечательным является тот факт, что многие из выдающихся физиков были глубоко верующими людьми, а Исаак Ньютон даже писал богословские трактаты. Многие физики в гармонии мира видели гармонию божественного замысла. Вот что писал по этому поводу основоположник квантовой гипотезы Макс Планк:

«. . . мы можем утверждать, что в соответствии со всем, чему учит современное естествознание, во всех областях природы <. . . > господствует определенная закономерность, независимая от существования мыслящего

[5]Борн М. Моя жизнь и взгляды. — М.: Прогресс, 1973.

человечества, но тем не менее в той мере, в какой она вообще поддается восприятию нашими органами чувств, допускающая формулировку, соответствующую целесообразному поведению. Она представляет, таким образом, разумность мироустройства, которой подчиняется природа и человечество <. . . >.

Следует неутомимо и непрестанно продолжать борьбу со скептицизмом и догматизмом, с неверием и суеверием, которую совместно ведут религия и естествознание, а целеуказующий лозунг в этой борьбе всегда гласил и будет гласить: к Богу!»[6].

Занятия физикой накладывают неизгладимый отпечаток на стиль мышления ученого, не случайно говорят о физическом стиле мышления, основанном не только на глубоких знаниях, логике, свободном владении математикой, но и в существенной степени на интуиции. Примечательным является тот факт, что Вернер Гейзенберг — создатель одной из форм квантовой механики (матричную механику) — связывал свои успехи в физике с классическим гимназическим образованием. А вот, что писал об общей культуре известных физиков Макс Борн:

«Судя по моему личному опыту, весьма многие ученые и инженеры — это вполне прилично образованные люди, знакомые с литературой, историей и другими гуманитарными предметами, они любят живопись и музыку, некоторые даже пишут картины, другие играют на музыкальных инструментах. Но в то же время научное невежество и даже презрение к науке пугающе распространено среди людей с гуманитарным образованием. Если говорить обо мне лично, то я знаю и люблю многие произведения немецкой и английской литературы и даже пытался заниматься переводом стихов с немецкого на английский. Мне знакомы также произведения других европейских авторов — французских, итальянских, русских и других. Я люблю музыку и в молодости довольно прилично играл на фортепиано, участвуя в камерных концертах, а иногда исполнял с друзьями несложные концерты для двух фортепьяно, изредка даже в сопровождении оркестра. Всю жизнь я с интересом читал труды по истории, а также по актуальным социальным, экономическим и политическим проблемам. Я предпринимал попытки влиять на политическое общественное мнение своими статьями и выступлениями по радио. Многие из моих коллег разделяли эти интересы и увлекались той же деятельностью: Эйнштейн был хорошим скрипачом, Планк и Зоммерфельд были превосходными пианистами, то же самое можно сказать про Гейзенберга и многих других. <. . . > Поэтому я считаю, что ученые–естественники отнюдь не оторваны от гуманитарного образа мыш-

[6]Религия и естествознание — Вопросы философии, 8, 1990.

ления. Другая сторона вопроса представляется мне несколько в ином свете. Уж очень многие люди с гуманитарным образованием, которые встречались мне, не проявляли даже признаков склонности к действительно научному мышлению. Зачастую им были известны научные факты, иногда настолько специальные, что я сам едва о них слышал, но люди эти в корне не признавали научного метода размышления. Они были, по–видимому, неспособны ухватить суть научного метода. Мне представляется, что искусное и фундаментальное научное мышление – это некий дар, который нельзя компенсировать обучением и который дается лишь ничтожному меньшинству.»

2. Физические основы механики

2.1. Введение

Механика — раздел физики, изучающий закономерности механического движения. Исторически механика — наука о механизмах. Под механическим движением понимают любое изменение положения тел или частей тел в пространстве.

Как и во всей физике, в механике имеют дело с моделями. Познакомимся с основными абстракциями, используемыми в физических моделях:

материальная точка — тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь,

твердое тело — система материальных точек,

абсолютно твердое тело — система материальных точек, расстояния между которыми остаются неизменными,

абсолютно упругое тело — деформируемое твердое тело, полностью восстанавливающее свою форму после снятия механического напряжения.

2.2. Кинематика

2.2.1. Основные понятия

Кинематика — раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения тел без учета их массы и действующих на них сил.

Для того, чтобы определить положение материальной точки в пространстве и во времени, выбирается *система отсчета*, то есть: *тело отсчета* и связанные с ней*система координат* и *часы*.

Линия, описываемая материальной точкой при своем движении, называется *траекторией* этой точки. В зависимости от формы траектории, движение может быть прямолинейным и криволинейным. Положение точки в системе отсчета задается независимыми координатами x_i(их число называ-

ется *степенью свободы* точки $i = 1, 2, 3$) или с помощью *радиус–вектора* точки

$$\vec{r} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k} = \{x_1, x_2, x_3\}$$

Координаты точки меняются со временем, то есть $x_i = f_i(t)$.

Уравнения, связывающие координаты со временем, называются *кинематическими уравнениями движения* материальной точки (*параметрические уравнения траектории*).

Кинематические характеристики движения — скорость и ускорение. Пусть в момент времени t_1 тело находилось в точке A, радиус–вектор которой $\vec{r}_1$, а в момент времени t_2 в точке B, радиус–вектор которой $\vec{r}_2$ (Рис. 2). Вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ называется *перемещением* точки за время $\Delta t = t_2 - t_1$.

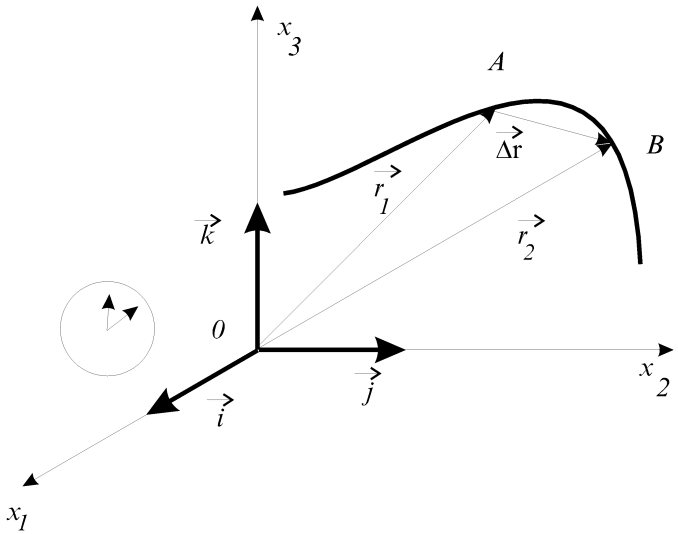

Рис. 2.

Скорость точки — характеристика быстроты и направления движения.

Мгновенная скорость $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ — направлена по касательной к траектории в сторону движения.

Вектор средней скорости за время Δt : $\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ сонаправлен с вектором перемещения.

В декартовой системе координат: $\vec{v} = \{v_1, v_2, v_3\}$, где $v_i = \frac{dx_i}{dt}$.

В СИ скорость измеряется в м/с.

Движение материальной точки представимо как сумма трех независимых движений вдоль осей OX, OY, OZ.

Ускорение — физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости по модулю и по направлению.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

В декартовой системе координат: $\vec{a} = \{a_1, a_2, a_3\}$, где $a_i = \frac{dv_i}{dt} = \frac{d^2x_i}{dt^2}$.

В СИ ускорение измеряется в м/с^2 .

2.2.2. Кинематические характеристики в полярных координатах

Получим другие выражения для скорости и ускорения. Для простоты, рассмотрим задачу на плоскости (в полярных координатах) (Рис. 3).

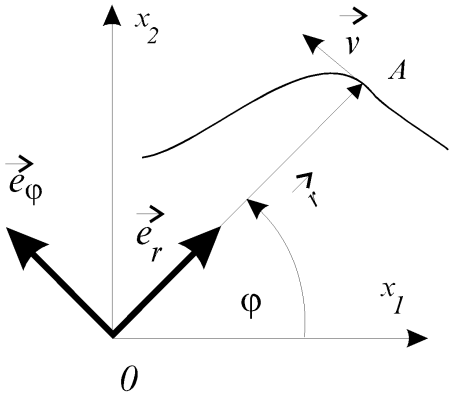

Рис. 3.

Представим радиус–вектор точки A в виде: $\vec{r} = r \cdot \vec{e}_r$, где $\vec{e}_r$– орт вектора $\vec{r}$, $\vec{e}_r = \{\cos\varphi, \sin\varphi\}$

Тогда

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \cdot \vec{e}_r + r \cdot \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot \vec{e}_\varphi = \vec{v}_r + \vec{v}_\varphi,$$

$$\frac{d}{dt}\vec{e}_r = \frac{d}{dt}\{\cos\varphi, \sin\varphi\} = \left\{-\frac{d\varphi}{dt}\cdot\sin\varphi, \frac{d\varphi}{dt}\cdot\cos\varphi\right\} =$$
$$= \frac{d\varphi}{dt}\left\{\cos(\frac{\pi}{2}+\varphi), \sin(\frac{\pi}{2}+\varphi)\right\} = \frac{d\varphi}{dt}\cdot\vec{e}_\varphi$$

где $\vec{e}_\varphi$ — единичный вектор, перпендикулярный вектору $\vec{e}_r$. Составляющие скорости вдоль радиус-вектора и перпендикулярно к нему называются *радиальной* и *трансверсальной*.

Рассмотрим частные случаи:

1. Пусть точка движется так, что радиус–вектор точки не поворачивается, т.е. $\frac{d\varphi}{dt} = 0$. Точка совершает прямолинейное движение. Тогда $\vec{v} = \frac{dr}{dt}\cdot\vec{e}_r$, где $\frac{dr}{dt} = |\vec{v}|$.

2. Пусть точка движется по окружности радиуса R с центром в начале координат. Тогда $\frac{dr}{dt} = 0$ и $\vec{v} = R\frac{d\varphi}{dt}\cdot\vec{e}_\varphi$.

Величина $\frac{d\varphi}{dt}$ — *угловая скорость* точки. В СИ угловая скорость измеряется в рад/с ($\left[\frac{d\varphi}{dt}\right]$=рад/с). При движении по окружности скорость точки $v = R\frac{d\varphi}{dt}$ называют *линейной* скоростью точки. Введем в рассмотрение вектор $d\vec{\varphi}$. Это вектор, длина которого равна углу поворота, а направление определяется по правилу правого винта (поворачиваем головку винта в сторону движения точки по окружности, тогда направление движения острия винта покажет направление псевдовектора $d\vec{\varphi}$) (Рис. 4).

Тогда вектор угловой скорости $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ будет направлен в ту же сторону, что и $d\vec{\varphi}$, а модуль угловой скорости $|\vec{\omega}| = \frac{d\varphi}{dt} = \omega$.

Линейную скорость точки можно теперь представить в виде $\vec{v} = \left[\vec{\omega}, \vec{R}\right]$, где $\vec{R}$ — радиус–вектор точки и $\left|\vec{R}\right|$ — радиус окружности.

Если угловая скорость постоянна, то такое движение называется равномерным вращением, и его можно характеризовать *периодом вращения* — временем, за которое точка совершает полный оборот

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

В СИ период измеряется в с ($[T]$ = с).

Число оборотов, совершаемых телом при равномерном вращении, в единицу времени называется *частотой* вращения

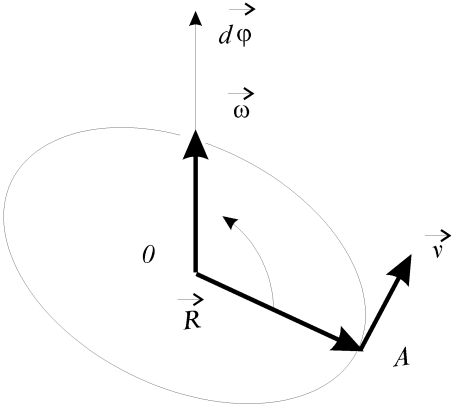

Рис. 4.

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

В СИ частота измеряется в c^{-1} ($[\nu] = \mathrm{c}^{-1}$).

Таким образом, мы получили, что движение материальной точки на плоскости может быть разложено на прямолинейное движение и движение по окружности.

Рассмотрим ускорение

$$\begin{aligned}
\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} &= \frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_\varphi\right) = \\
&= \frac{d^2r}{dt^2}\vec{e}_r + \frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\vec{e}_r}{dt} + \frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\varphi}{dt}\cdot\vec{e}_\varphi + r\cdot\frac{d^2\varphi}{dt^2}\cdot\vec{e}_\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cdot\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt} = \\
&= \frac{d^2r}{dt^2}\vec{e}_r + 2\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\varphi}{dt}\cdot\vec{e}_\varphi + r\cdot\frac{d^2\varphi}{dt^2}\cdot\vec{e}_\varphi - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\cdot\vec{e}_r = \\
&= \left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right]\cdot\vec{e}_r + \left[2\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\varphi}{dt} + r\cdot\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right]\cdot\vec{e}_\varphi = \vec{a}_r + \vec{a}_\varphi
\end{aligned}$$

Составляющие ускорения вдоль и перпендикулярно радиус–вектору будем называть, соответственно, *радиальным* и *трансверсальным* ускорениями. Модуль ускорения определяется по формуле

$$|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_r|^2 + |\vec{a}_\varphi|^2}$$

Рассмотрим частные случаи:

1. точка движется прямолинейно: $\vec{a} = \frac{d^2r}{dt^2} \cdot \vec{e}_r$;
2. точка движется по окружности радиуса R с центром в начале координат $\vec{a} = r\frac{d^2\varphi}{dt^2} \cdot \vec{e}_\varphi - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \cdot \vec{e}_r = \vec{a}_r + \vec{a}_\varphi$.

Величина $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ называется угловым ускорением точки. Введем вектор $\vec{\varepsilon}$ углового ускорения: его длина равна угловому ускорению, а направление совпадает с вектором угловой скорости, если вращение ускоренное, и противоположно, если вращение замедленное: $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

Назовем составляющие ускорения:

$a_\tau = R \cdot \varepsilon$или $\vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon}, \vec{R}\right]$ — *тангенциальная составляющая ускорения* точки, движущейся по окружности,

$a_n = -R \cdot \omega^2$ — *нормальное ускорение* точки, движущейся по окружности, направлено к началу координат (*центростремительное ускорение*).

Если точка вращается равномерно $\varepsilon = 0$, то

$$\vec{a} = -R\omega^2\vec{e}_r.$$

В обоих случаях исчезала из рассмотрения составляющая ускорения, равная

$$2\frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Эта составляющая носит название *ускорения Кориолиса* или *поворотного ускорения* — ускорения, которое получает точка при сложном движении.

Если рассмотреть движение тел, движущихся вблизи земной поверхности с учетом суточного вращения Земли, то вертикально падающие тела будут отклоняться к востоку, а тела, движущиеся вдоль земной поверхности, будут отклоняться в северном полушарии вправо, а в южном — влево от направления их движения, что, в частности, приводит к подмыву соответствующего берега у рек, возникновению некоторых воздушных и морских течений. Это ускорение учитывают при расчете полета ракет, в теории турбин и т. д.

Вывод: Всякое сложное движение точки в пространстве может быть представлено как сумма простых движений.

2.2.3. Естественный способ задания движения

При естественном способе задания движения задаются траектория и закон движения точки по траектории. На траектории выбирается точка O, принимаемая за начало отсчета расстояния. Расстояния в одну сторону от точки O по траектории считаются положительными, в другую — отрицательными. Задается также начало отсчета времени.

Если в момент времени t точка занимает положение M, то закон движения точки по траектории задается зависимостью от времени расстояния ξ, отсчитываемого от точки O до точки M, т.е. $\xi = f(t)$.

Это расстояние не имеет прямого отношения к проделанному точкой пути за время t (рассмотрите, например, колебания около точки O). Как было показано ранее

$$|\vec{v}| = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{d\xi}{dt},$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Скорость направлена по касательной к траектории движения. Выберем единичный вектор $\vec{\tau}$, направленный по касательной к траектории в сторону возрастающих расстояний, тогда можно записать

$$\vec{v} = \frac{d\xi}{dt} \cdot \vec{\tau}.$$

Если L — путь, пройденный за время Δt, то можно ввести еще одну характеристику движения — *среднюю путевую скорость* точки, или просто среднюю скорость движения точки

$$\langle v \rangle = \frac{L}{\Delta t}.$$

Найдем ускорение точки при естественном способе задания движения.

$$\vec{v} = \frac{d\xi}{dt} \cdot \vec{\tau},$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\xi}{dt} \cdot \vec{\tau}\right) = \frac{d^2\xi}{dt^2} \cdot \vec{\tau} + \frac{d\xi}{dt} \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}.$$

Ранее было показано, что $\frac{d\vec{\tau}}{dt}$ даст вектор, перпендикулярный $\vec{\tau}$. Его направление определяется знаком производной $\frac{d\varphi}{dt}$.

Пусть движение материальной точки проходит в одной плоскости. Выберем единичный вектор $\vec{n} \perp \vec{\tau}$ и направленный внутрь вогнутости кривой. (Рис. 5). Два вектора $\vec{n}$ и $\vec{\tau}$ определяют направление двух естественных осей. Тогда

$$\vec{a} = \frac{d^2\xi}{dt^2} \cdot \vec{\tau} + \frac{d\xi}{dt} \cdot \left|\frac{d\varphi}{dt}\right| \cdot \vec{n},$$

$$\left|\frac{d\varphi}{dt}\right| = \left|\frac{d\varphi}{d\xi}\right| \cdot \left|\frac{d\xi}{dt}\right| = k \cdot \left|\frac{d\xi}{dt}\right|,$$

где $k = \left|\frac{d\varphi}{d\xi}\right| = \lim\limits_{\Delta\xi \to 0} \left|\frac{\Delta\varphi}{\Delta\xi}\right|$ (Рис. 6).

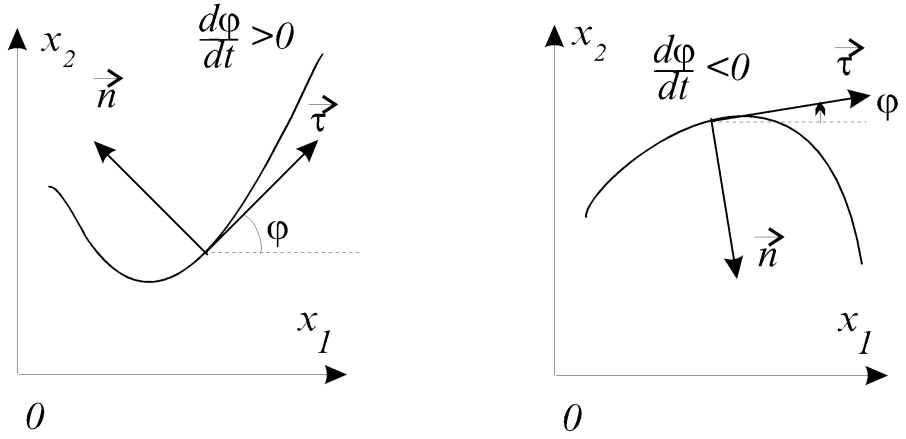

Рис. 5.

k называют *кривизной кривой* в точке A. *Радиусом кривизны* кривой в точке A называют величину $\rho = \frac{1}{k}$ В случае движения по окружности, длина дуги окружности $|\Delta\xi| = R \cdot |\Delta\varphi|$, следовательно, $\left|\frac{d\xi}{d\varphi}\right| = R = \rho$, т.е. радиус кривизны равен радиусу окружности. Участок кривой может быть рассмотрен как дуга окружности, радиус которой равен радиусу кривизны кривой в рассматриваемой точке. Итак, ускорение точки при естественном способе задания движения на плоскости имеет вид:

$$\vec{a} = \frac{d^2\xi}{dt^2} \cdot \vec{\tau} + \frac{1}{\rho} \cdot \left|\frac{d\xi}{dt}\right| \cdot \frac{d\xi}{dt} \cdot \vec{n} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

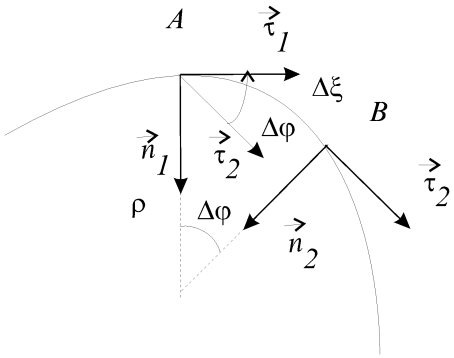

Рис. 6.

Величина $\frac{d^2\xi}{dt^2}$ называется *касательной составляющей* ускорения, а величина $\frac{1}{\rho}\cdot\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2$ — *нормальной составляющей* ускорения.

Частные случаи:

1. Прямолинейное движение: $\rho=\infty$,$\vec{a}=\frac{d^2\xi}{dt^2}\cdot\vec{\tau}$;
2. отметим, что в точках перегиба $\rho=\infty$ $a_n=0$, а также в точках,
3. где $v=0$, $a_n=0$ (точки изменения направления движения по траектории)
4. Равномерное движение $v=\text{const}$ по траектории
5. $$\vec{a}=\frac{1}{\rho}\cdot\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2\cdot\vec{n}=\frac{v^2}{\rho}\cdot\vec{n}.$$

Касательное ускорение характеризует изменение вектора скорости по величине, а нормальное — по направлению.

Рассмотрим обратную задачу: определить траекторию по известному закону изменения кинематических характеристик движения. Из определения кинематических характеристик следует

$$\vec{v}\,(t)=\int\vec{a}\,(t)\,dt;$$

$$\vec{r}\,(t)=\int\vec{v}\,(t)\,dt.$$

Для некоторых частных случаев выпишем получающиеся основные формулы:

1. Прямолинейное движение вдоль оси OX:
   (a) равномерное $a_x = 0$, $v_x = \text{const}, x(t) = v_x t + x_0$;
   (b) равнопеременное $a = \text{const}$, $v_x(t) = a_x t + v_{0x}$, $x(t) = \frac{a_x t^2}{2} + v_{0x} t + x_0$.
2. Движение по окружности:
   (a) равномерное: $\varepsilon = 0$, $\omega = \text{const}$, $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$;
   (b) неравномерное: $\varepsilon = \text{const}$, $\omega(t) = \varepsilon t + \omega_0$, $\varphi(t) = \frac{\varepsilon t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0$.

Список литературы

1. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности — М.: Высшая школа, 1986.
2. Савельев И. В. Курс общей физики — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. — т. 1.
3. Сивухин Д. В. Механика — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. — Общий курс физики.
4. Киттель И., Найт В., Рудерман Н. Механика — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1983. (Берклеевский курс физики.)